

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	1
1.1. A projektív geometria kialakulása	1
1.2. A perspektív rajzolás és az ideális pontok bevezetése	5
1.3. A valós projektív egyenes és projektív sík topologikus szerkezete	12
2. Vektorterekhez asszociált projektív terek	17
2.1. Csoportok, gyűrűk, ferdetestek és testek	18
2.2. Ferdetest feletti vektorterek és alterek	20
2.3. Bázis, koordináták, dimenzió	21
2.4. Egy vektortérhez asszociált projektív tér	24
2.5. Projektív koordináta-rendszerek	26
2.5.1. Homogén koordináták	26
2.5.2. Lokális koordináta-rendszerek	27
2.5.3. Homogén koordináta-rendszer megadása az alapszimplexszel és egységponttal	27
2.5.4. Egy Descartes-féle koordináta-rendszerhez illeszkedő homogén koordináta-rendszer	29
2.5.5. Grassman- és Plücker-koordináták	29
2.6. Desargues és Papposz tételei	36
3. Példák	43
3.1. Véges testek feletti projektív terek	43
3.2. A komplex projektív terek és a Hopf-fibrálás	48
3.2.1. Kitérő: Sztereografikus projekció és inverzió	49
3.2.2. A Hopf-fibrálás sztereografikus képe	52
3.3. Kvaterniók	57
3.3.1. A kvaterniók bevezetése	57
3.3.2. Kvaterniók és az $SU(2)$, $SO(3)$, $SO(4)$ mátrixcsoportok	59

4. A projektív terek axiomatikus tárgyalása	67
4.1. Az n -dimenziós projektív tér illeszkedési axiómái	67
4.2. A duális tér és a dualitás elve	73
4.3. Desargues tétele és az illeszkedési axiómák	77
4.3.1. A Desargues-tétel bizonyítása az $n \geq 3$ -dimenziós projektív tér illeszkedési axiómáiból	77
4.3.2. Moulton nem-desarguesi síkja	79
4.3.3. A Cayley-féle projektív sík	80
4.4. Kollineációk	91
5. Desargues-féle projektív terek	101
5.1. Fő eredmények	101
5.2. Az \mathbb{F} ferdetest konstrukciója	102
5.3. A \mathcal{P} és $\text{PG}(2, \mathbb{F})$ közti kollineáció konstrukciója	109
6. A projektív geometria alaptétele	113
6.1. A $\text{PGL}(n + 1, \mathbb{F})$ projektív általános lineáris csoport	113
6.2. Az \mathbb{F} automorfizmusai által indukált kollineációk	118
6.3. Polaritások	124
7. Kettősviszony	135
7.1. Kettősviszony	135
7.1.1. Kettősviszony a klasszikus projektív síkon	142
7.2. Egyenesek közti projektivitások	146
7.2.1. Euklidészi fixpontoszerkesztés a klasszikus projektív síkban	162
8. Másodrendű görbék és felületek	165
8.1. Másodrendű felületek	165
8.2. Másodrendű görbék	185
8.2.1. Kúpszeletek az euklidészi síkon	199
9. Algebrai görbék, Bézout tétele	207
9.1. Az algebrai geometria elemei	207
9.1.1. Projektív algebrai halmazok	219
9.2. Algebrai hiperfelületek és algebrai síkgörbék	222
9.3. Bézout tétele	226
9.3.1. Két algebrai síkgörbe metszési multiplicitása egy pontban	231
9.3.2. Bézout tételének erős változata	239
9.4. A poláris és a Hesse-görbe	241
9.5. Lineáris görberendszerek	248

10. Kúpszeletsorok és Poncelet tétele	253
10.1. Kúpszeletsorok	253
10.1.1. Kúpszeletsorok a valós síkon	265
10.2. Poncelet tétele	269
11. Harmadrendű görbék	279
11.1. Harmadrendű síkgörbék	279
11.1.1. Harmadrendű görbék a klasszikus euklidészi síkon	288
Irodalomjegyzék	290
Tárgymutató	297